

Série de T.D n°2 (Le modèle classique de l'atome)

Exercice 1: Toute surface métallique frappée par un rayonnement de fréquence ν suffisamment élevée émet des électrons : c'est l'effet photoélectrique.

a) Ecrire le principe de conservation de l'énergie. On appellera ν_0 le seuil photoélectrique : fréquence au-dessous de laquelle aucun électron n'est arraché.

b) Dans une expérience, une plaque métallique d'Aluminium est éclairée successivement par des rayonnements de longueurs d'onde: $\lambda_1 = 2534,78 \text{ \AA}$ et $\lambda_2 = 2967,35 \text{ \AA}$. Dans les deux cas, le courant électrique est annulé par application des potentiels retardateurs respectifs $V_1 = 1,885 \text{ Volts}$ et $V_2 = 1,172 \text{ Volts}$. En déduire la valeur de la constante de Planck.

c) On éclaire la couche métallique du zinc d'une cellule photoélectrique avec une radiation de mercure de longueur d'onde $\lambda = 2653,66 \text{ \AA}$. On observe que le courant devient rapidement nul pour une valeur du potentiel retardateur $V = 1,568 \text{ Volts}$. En déduire la valeur de la fréquence de seuil d'excitation et la longueur d'onde correspondante.

Exercice 2: A partir des postulats de quantification de Bohr, déduire l'expression du rayon du niveau n pour les hydrogénoïdes. Calculer les rayons du premier et du second niveau de l'atome d'hydrogène et d'ion He^+ .

Exercice 3: Les potentiels d'excitation successifs de l'atome d'hydrogène ont pour valeur en électron-volt (e.V) : 10,15 ; 12,03 ; 17,59 ; 12,99. Le potentiel d'ionisation est de 13,58 eV.

a) Calculer les énergies de l'électron dans les différents niveaux.

b) Montrer que les résultats expérimentaux sont en accord avec la théorie.

Exercice 4: On considère l'atome d'hélium monoionisé (${}^2\text{He}^+$) dans son état fondamental. Le rayon de l'orbite est alors $0,27 \text{ \AA}$. Calculer :

a) La force d'attraction exercée par le noyau sur l'électron.

b) La vitesse de l'électron sur cette orbite.

c) L'énergie totale et en déduire l'énergie de seconde ionisation de l'atome d'hélium.

Exercice 5: Dans le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène, le rapport entre les longueurs d'onde de 2 raies limites successives est $\lambda_1/\lambda_2 = 4/9$.

a) A quelle série correspond chacune de ces raies limites ?

b) Calculer en e.V l'énergie d'émission correspondant à chacune de ces deux raies.

c) En déduire les valeurs des longueurs d'onde λ_1 et λ_2 en nm.

Exercice 6: L'énergie de l'électron sur le niveau n d'un atome hydrogénoïde est donnée par la

relation suivante :
$$E = -\frac{2\pi^2 m_e K^2 e^4}{h^2} \frac{Z^2}{n^2} \quad [1]$$

a) Déterminer l'énergie du niveau fondamental ainsi que celle des niveaux 2, 3, 4, 5 et ∞ . Représenter le diagramme énergétique correspondant.

b) Calculer la variation d'énergie associée à l'électron lors de son passage de l'état fondamental au premier et au second état excité ainsi que l'énergie d'ionisation. Représenter ces transitions électroniques sur le diagramme énergétique.

c) Déduire à partir de l'équation [1] la relation de Balmer et calculer la constante de Rydberg R_H .

7,7408
-19,34

Série d'exercices n°3 (Eléments de physique ondulatoire)

Exercice 1 : Effet photoélectrique

Une cellule photoélectrique est éclairée par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$.
Que se passe-t-il si la cellule est au sodium ? au césium ? Calculer la vitesse maximale des électrons émis.

Données : Cellule au sodium : $\lambda_0 = 0,52 \mu\text{m}$.
Cellule au césium : $\lambda_0 = 0,66 \mu\text{m}$.

Exercice 2 : Hypothèse de De Broglie

En utilisant l'hypothèse de De Broglie, quelle est, en Å, pour chacun des systèmes matériels suivants, la longueur d'onde qui lui est associée ?

1/

- a- un véhicule de masse 10 tonnes roulant à une vitesse de 80 km/h.
- b- un corps de masse 2 g se déplaçant avec une vitesse de 300 ms^{-1} .
- c- un proton accéléré par une tension égale à 100V dans un vide poussé.
- d- des électrons d'énergie cinétique égale à $79,5 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

2/ Les propriétés ondulatoires se manifestent- elles dans tous les cas ?

Données : constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
masse de l'électron = $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$; masse du proton = $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ Kg}$;
charge du proton = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Exercice 3 : Principe d'incertitude d' Heisenberg

Calculer l'incertitude sur la vitesse ou sur la position dans les cas suivants :

- a- Une bille de masse égale à 1g se déplaçant sur une droite et dont la position est connue à 1 Å près.
- b- Un électron se déplaçant rectilignement et dont la position est connue à 1 Å près.
- c- Un véhicule ayant une masse de 500 kg et roulant à une vitesse de $(90 \pm 1) \text{ km/h}$.
- d- Un électron dont la vitesse est connue à 1 m.s^{-1} près.

Conclure.

Données : constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$; masse de l'électron = $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$

Exercice 4 : Equation de Schrödinger

Partant d'une onde stationnaire de fonction :

$$\Psi(x) = \Psi_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x$$

Equation de Schrödinger .

EXO 1

Soit un électron libre qui se déplace sur un segment de droite de longueur (L); avec un potentiel nul à l'intérieur du segment et infini à l'extérieur.

1/ - Donner la forme de l'opérateur hamiltonien H.

2/ - Donner les conditions aux limites (conditions physiques) du problème.

3/ - Résoudre l'équation de Schrödinger pour ce système (déterminer le spectre propre $[E_n, \Psi_n]$ de H).

EXO 2

La résolution de l'équation de Schrödinger conduit aux solutions suivantes pour l'atome d'hydrogène: les orbitales 1s et 2s sont décrites respectivement par les fonctions d'ondes :

$$\Psi_{1s} = K_1 \exp(-k r)$$

$$\Psi_{2s} = K_2 (2 - k r) \exp(-k r / 2)$$

avec K_1 et K_2 des constantes de normalisation et $k = 1/a_0$, $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$.

Vérifiez que les fonctions Ψ_{1s} et Ψ_{2s} de l'atome d'hydrogène sont orthogonales.

Données : $\int_0^{\infty} x^2 \exp(-ax) dx = 2/a^3$ et $\int_0^{\infty} x^3 \exp(-ax) dx = 6/a^4$.

EXO 3

Soient les fonctions d'onde des orbitales 1s et 2s de l'atome d'hydrogène qui sont données à l'exercice II, avec

$$K_1 = (1/\sqrt{\pi}) (1/a_0)^{3/2} \quad \text{et} \quad K_2 = (1/(4\sqrt{2\pi})) (1/a_0)^{3/2}$$

avec $a_0 = 0.53 \text{ \AA}$.

1/ - calculer pour l'orbitale 1s la probabilité de présence dans deux sphères de rayon $0.5a_0$ et $2a_0$ respectivement. Conclusion.

2/ - Déduire la probabilité d'avoir l'électron entre les deux sphères $0.5a_0$ et $2a_0$.

3/ - Représenter, pour les deux orbitales 1s et 2s, la densité de probabilité radiale en fonction de r. On prendra pour l'élément de volume dr la valeur de $(4\pi r^2 dr)$ pour les orbitales de symétrie sphérique, telles que celles que nous considérons dans cet exemple. Cela revient à tracer dans les deux cas, la courbe de la fonction

$$\frac{dP}{dr} = \Psi^2 4\pi r^2 \text{ en fonction de la variable } r \text{ qui sépare l'électron du noyau.}$$