EMD N°2

Exercice N°1. Une clinique dispose d'un service d'urgence tenu par un seul médecin. Les malades se présentent selon un processus de Poisson de taux 96 malades par jour (24 heures) et les durées des soins sont indépendantes et suivent une loi exponentielle de moyenne 12 minutes pour chaque malade. Les malades sont soignés dans le cabinet du médecin suivant leur ordre d'arrivée et il n'y a pas de limitation de places dans le service d'urgence.

A. Donner la notation de Kendall de cette file d'attente ; préciser ses paramètres λ et μ.

1) Montrer que la condition d'ergodicité est vérifiée.
2) Donner la loi du nombre de malades dans le système en régime stationnaire et en déduire la probabilité qu'il y ait 4 malades en attente.
3) Déterminer les mesures de performance de cette file d'attente.

B. On souhaite que le nombre moyen de malades en attente dans la salle soit $\leq 1/2$ (condition *).

a) Une première solution est d'agir sur le temps de soin. Quelle doit être la durée moyenne de soin minimale pour que la condition * soit vérifiée ? Quelle est alors la probabilité qu'un malade attende plus de 2 heures ?
b) Une solution alternative serait d'affecter d'autres serveurs identiques parallèles, chacun assurant le même temps moyen de service de 12 minutes. (i) Déterminer le nombre minimal m de médecins nécessaires pour assurer un régime stationnaire du système. (ii) **Expliquer** (sans faire de calculs) comment déterminer le nombre de serveurs vérifiant la condition (*).

Exercice 2. Un service de renseignement reçoit deux (02) types de demandes. Les demandes de type 1 arrivent selon un processus de Poisson de taux 0.9 demandes/ seconde. Le temps nécessaire pour répondre à une demande suit une loi exponentielle de moyenne 0.4 secondes. Les demandes de type 2 arrivent selon un processus de Poisson de taux une (01) demande chaque 10 seconde. Le temps moyen de réponse à une demande de type 2 est de 5 seconde avec une moment d'ordre 2 de 83 secondes (la loi correspondante n'est pas forcément exponentielle). Soit S le temps de réponse à une demande . <u>(a)</u> Calculer E(S) et $E(S^2)$. <u>(b)</u> Le système est-il stable ? <u>(c)</u> Calculer le temps moyen d'attente puis de séjour d'une demande de type 2 dans les trois cas suivants : <u>(i)</u> la discipline est FIFO quel que soit le type de demande. <u>(ii)</u> les demandes de type 1 sont prioritaires ; la priorité est relative (non préemptive). <u>(iii)</u> les demandes de type 1 sont prioritaires ; la priorité est de type absolue (préemptive). Comparer les 3 résultats.

Exercice 3. Partie A. <u>(i)</u> Quelles est la différence entre générateurs aléatoires et pseudo-aléatoires ? <u>(ii)</u> Générer une suite de 10 nombres pseudo-aléatoires à l'aide du générateur congruentiel de paramètres : $U_0=22$; $\lambda=2$,C=2 et m=100. <u>(iii)</u> <u>**Indiquer**</u> comment tester la qualité de la suite ainsi générée.

Partie B. <u>(i)</u> Utiliser cette suite pour simuler l'intégrale suivante : $\int_1^2 x^2 dx$.

<u>(ii)</u> Ali est très sollicité. Il reçoit sur son mobile en moyenne 1 appel toutes les cinq (05) minutes selon un processus de Poisson. Aujourd'hui , il passe son examen . Par politesse et aussi parce que le règlement de l'examen l'exige), il doit éteindre son portable durant la durée du test (Un QCM qui dure 25 minutes). En utilisant la suite aléatoire de la partie A, simuler <u>**une**</u> séquence d'appels sur son mobile. A sa sortie de l'examen combien d'appels trouvera –t-il dans sa liste d'appels en absence (on suppose que cette liste est vide au début de l'examen)?

NB. 1.Traiter chaque exercice sur une copie séparée.
2.N'oubliez pas de mentionner votre nom et votre groupe sur chaque copie.

Mai 2004

USTHB

Département d'Informatique **EMD N°2 (MODSIM)** **4ème année**

Exercice 1 Les ouvriers peuvent se rendre chez le médecin d'entreprise pendant les heures de travail. Le chef du personnel demande une étude relative au fonctionnement du cabinet du médecin. On a dénombré le nombre d'arrivées pendant 100 intervalles de 5 minutes et on a obtenu le tableau suivant.

Nombre d'ouvriers arrivant pendant une période de 5 minutes	Fréquence observée m_i	$p_i = P(X=i) = \frac{(1.26^i)}{i!} e^{-1.26}$	Nombre théorique $n_i = 100 \times p_i$
0	29	0.283654	28.36
1	34	0.357404	35.74
2	24	0.225165	22.51
3	9	0.094569	9.45
4	3	0.0207853	2.07
5	1	0.0075	0.

Une étude similaire peut être effectuée pour la loi du temps de service (durée de la consultation). Les observations statistiques sont reportées dans le tableau suivant:

Temps de service en minutes	Nombre de services observés
< 1 unité	23
De 1 à 2 unités	20
De 2 à 3 unités	14
De 3 à 4 unités	12
De 4 à 5 unités	9
De 5 à 6 unités	5
De 6 à 7 unités	4
De 7 à 8 unités	5
De 8 à 9 unités	3
De 9 à 10 unités	2
De 10 à 11 unités	2
11 à 12	1

1. Estimer les lois d'arrivées et de service à partir de ces observations.
2. Existe-t-il un régime stationnaire ? Si oui calculer les principales métriques de performance du système en régime stationnaire.

3. Supposons que l'on connaisse le coût d'exploitation du cabinet/minute (c_1=120 DA/heure ou 20 DA/minute et le coût unitaire de séjour d'un client c_2=15 DA/minute. Quelle est l'intensité optimale de service minimisant les coûts unitaires d'exploitation du système ? Quel serait dans ce cas le temps moyen d'attente ?

Question 2. Voici quatre algorithmes censés générer des obsrvations d'une loi exponentielle de paramètre(a) à partir d'une suite de nombres aléatoires $\{U_n\}$:

(i) $X_n=(-1/a)\mathrm{Log}\, U_n$; (ii) $X_n=(-1/a)\mathrm{Log}\,(1-U_n)$
(iii) $X_n=(1/a)\mathrm{Log}\, U_n$ (iv) $X_n=(1/a)\mathrm{Log}(1-U_n)$

Lesquels sont corrects et pourquoi ? (Juin 2002)