Modsim

USTHB
Faculté d'Electronique et d'Informatique **$4^{ème}$ année**
Département d'Informatique

EMD N°1

1.Traiter chaque exercice sur une copie séparée.
2.N'oubliez pas de mentionner votre nom et votre groupe sur chaque copie.

Exercice N°1. Soient $\{X_1(t)\}$ e $\{X_2(t)\}$ deux processus de Poisson de taux $\lambda>0$. On définit le processus $X(t)$, $t\in IR$ comme suit :

$$X(t)=-X_1(-t) \quad \text{si } t<0$$

$$X(t)=X_2(t) \quad \text{si } t\geq 0$$

1.Calculer les fonctions moyennes $E\{X(t)\}$ ~~et de covariance $K(s,t)$ $\forall$ s,t~~ $\in IR$.

2.En déduire si le processus $\{X(t)\}$ est stationnaire au sens large ? au sens strict ?

Exercice 2. Une escadrille composée de 4 avions est chargée de missions quotidiennes au-dessus du territoire ennemi et y subit des pertes. Elle n'effectue toutefois sa mission journalière que si son effectif au début de la journée s'élève à au moins 3 appareils. Si d'autre part son effectif au soir de la journée précédente est réduit à 2 ou moins de 2 appareils, elle reçoit au cours de la nuit un appareil en renfort. Soit p la probabilité de destruction d'un appareil au cours d'une mission. Soit $X(n)$=nombre d'appareils au début d'une mission éventuelle.

(a) Montrer que $X(n)$ est une chaîne De Markov d'espace d'état $E=\{1,2,3,4\}$.

(b) Donner sa matrice de transition.

(c) On suppose que $p=1/3$. Etudier la nature de la chaîne. En déduire qu'il existe une unique classe récurrente apériodique C.

(d) Soit $\pi(n)=\{\pi_1(n),\pi_2(n),\pi_3(n),\pi_4(n)\}$ où $\pi_i(n)=P\{X(n)=i\}$ la probabilité pour que la chaîne se trouve à l'état i le jour n, i=1,2,3,4. Soit $\pi=\lim \pi(n)$ lorsque n tend vers l'infini. Calculer $\pi(j)$ pour les états j transitoires (sans faire de calcul).

(e) Calculer $\pi(i)$ pour les états récurrents $i\in C$.

Exercice 3. Etudier la nature des chaînes suivantes données par les matrices de transition :

(a) $$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) $$P_2 = \begin{pmatrix} 1/5 & 0 & 0 & 4/5 \\ 2/5 & 3/5 & 0 & 0 \\ 0 & 4/5 & 1/5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/5 & 4/5 \end{pmatrix}$$

Exercice 4 : Montrer que :

1. Si j est un état transitoire (non récurrent), alors les limites $\lim_{n\to\infty} p_{ij}^{(n)} = 0$
2. Dans une chaîne finie, irréductible, apériodique les états ne peuvent pas être tous transitoires.